

Условие

1. Согласно теореме о равномерном распределении энергии, на каждую колебательную степень свободы атома кристалла в среднем приходится энергия, равная kT , где T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана. Пользуясь этой теоремой, найдите молярную теплоемкость кристаллов.

В таблице приведены значения удельной теплоемкости c и молярные веса μ для ряда металлов. Оцените по этим данным значение универсальной газовой постоянной.

Таблица.

металл	C , кДж / (кг·К)	μ , г / моль	металл	C , кДж / (кг·К)	μ , г / моль
алюминий	0,88	27,0	натрий	1,20	23,0
железо	0,46	55,8	олово	0,20	118,6
золото	0,13	197,0	марганец	0,50	54,9
магний	1,05	24,3	медь	0,38	63,5

Решение

1. Каждый атом в кристалле имеет три колебательных степени свободы. Следовательно, энергия колебательного движения одного атома равна $3kT$, а энергия одного моля атомов $3kTN_A = 3RT$, где N_A — число Авогадро. Таким образом, молярная теплоемкость кристалла $C_\mu = 3R$. Заметим, что данный факт был установлен экспериментально еще в первой половине XIX века и носит название закона Дюлонга-Пти. Данный закон не учитывает изменение потенциальной энергии взаимодействия атомов кристаллической решетки, которая мало изменяется при изменении температуры.

Проверим справедливость закона Дюлонга-Пти для имеющихся данных. Для этого рассчитаем молярные теплоемкости металлов по формуле $C_\mu = C\mu$, и определим примерное значение газовой постоянной $R' = C_\mu/3$

Таблица.

металл	C , кДж / (кг·К)	μ , г / моль	C_μ , Дж / (моль·К)	R' , Дж / (моль·К)
алюминий	0,88	27,0	23,76	7,92
железо	0,46	55,8	25,67	8,56
золото	0,13	197,0	25,61	8,54
магний	1,05	24,3	25,52	8,51
натрий	1,20	23,0	27,60	9,20
олово	0,20	118,6	23,72	7,91
марганец	0,50	54,9	27,45	9,15
медь	0,38	63,5	24,13	8,04

Как видно из проведенных расчетов, молярная теплоемкость действительно оказывается примерно одинаковой для всех металлов. Для более точной оценки газовой постоянной вычислим среднее значение величин R' , а также оценим погрешность найденного значения.

$$\overline{R} = \frac{\sum R'_i}{n} \approx 8,48 \text{ Дж/}(\text{моль} \cdot \text{K});$$

$$\Delta R \approx 2 \sqrt{\frac{\sum (R'_i - \overline{R})^2}{n(n-1)}} \approx 0,35.$$

Таким образом получим окончательную оценку

$$\boxed{\overline{R} \approx (8,5 \pm 0,4) \text{ } \odot / (\odot \odot \odot \cdot K)}$$