

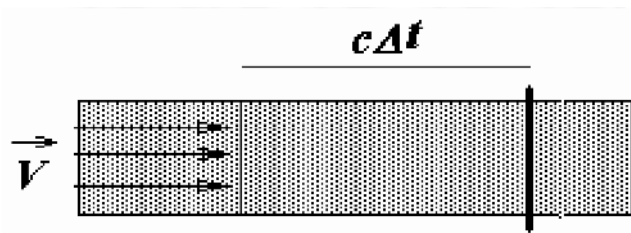
Условие

11-5. Вода движется со скоростью $v = 1,0$ м/с по стальной трубе радиуса $r = 5,0$ см. В некоторый момент времени трубу практически мгновенно перекрывают с помощью задвижки, при этом давление в трубе резко повышается (гидродинамический удар). Какова должна быть минимальная толщина стенок трубы, чтобы обеспечить пятикратный запас прочности при резком перекрывании трубы?

Плотность воды принять равной $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³; скорость звука в воде $c = 1,5 \cdot 10^3$ м/с; предел прочности стали $\sigma_{н.р.} = 0,35$ ГПа.

Решение

11.5 Гидродинамический удар в трубах возникает при резкой остановке течения воды, в следствие возникновения сил препятствующих этому движению. После перекрывания трубы в жидкости возникает волна



сжатия которая движется со скоростью звука в воде c . Следовательно за малый промежуток времени Δt останавливается столб воды длиной $l = c\Delta t$. Сила F , которая приводит к остановке, с одной стороны равна PS , (где P - избыточное давление в трубе, S - площадь поперечного сечения трубы), а с другой определяется вторым законом Ньютона $F\Delta t = m\Delta V$.

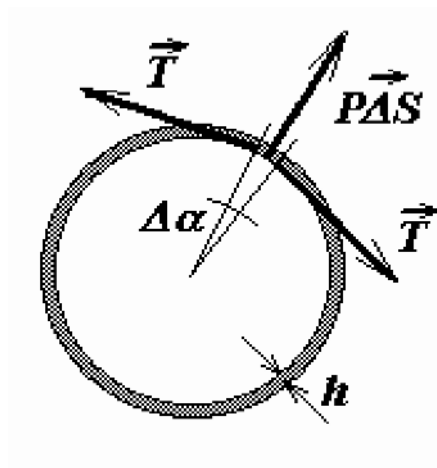
Приравнивая эти выражения, получим

$$c\Delta t S \rho V = PS\Delta t.$$

Откуда находим избыточное давление

$$P = \rho c V.$$

Интересно отметить, что в данном случае численное значение $P \approx 1,5 \cdot 10^6$ Па ≈ 15 атм.



Найдем теперь толщину стенок трубы, которые могут выдержать пятикратное превышение этого давления. Выделим на стенке трубы небольшой участок длиной l и видимый из центра под малым углом $\Delta\alpha$. Сила давления $P\Delta S = Pr\Delta\alpha l$ должна быть уравновешена силами упругости, возникающими в стенках трубы T , модуль суммы которых равен

$$T\Delta\alpha = \sigma h l \Delta\alpha,$$

где σ - механическое напряжение в стенках трубы, которое не превышает $\sigma_{\text{н.р.}}$. Учитывая, что давление должно в $n = 5$ раз превышать давление гидродинамического удара, получим из условия равновесия

$$ncV\rho r\Delta\alpha l = \sigma_{\text{н.р.}}lh\Delta\alpha.$$

Из этой формулы следует

$$h = \frac{nc\rho Vr}{\sigma_{\text{н.р.}}} \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$