

Условие

9-2. При подключении к источнику постоянного напряжения никелевого проводника по истечении длительного времени он нагрелся на $\Delta t_1 = 100^\circ\text{C}$. На сколько градусов нагрелся такой же проводник при подключении к тому же источнику, если его длину уменьшить в два раза? Тепловым расширением проводника пренебречь. Удельное электрическое сопротивление никеля зависит от температуры по закону $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta t)$, где $\alpha = 0,0050\text{K}^{-1}$, Δt — изменение температуры, ρ_0 — удельное сопротивление при начальной температуре.

Решение

9-2. Пока отдача тепла мала (мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур и площади поверхности) проводник нагревается, его сопротивление растёт, тепловая мощность $\frac{U^2}{R_0(1+\alpha\Delta t)}$ падает. Стационарное состояние характеризуется равенством мощностей тепловыделения и рассеяния. Поэтому запишем дважды эти равенства для первого и второго случаев

$$\frac{U^2}{R_0(1 + \alpha\Delta t_1)} = k\Delta t_1 S, \quad \frac{U^2}{R_0(1 + \alpha\Delta t_2)} = k\Delta t_2 \frac{S}{2},$$

где k - некоторый коэффициент пропорциональности. Отсюда, разделив левые части на правые, получаем квадратное уравнение

$$(\Delta t_2)^2 + \frac{1}{\alpha}\Delta t_2 - \frac{4}{\alpha}(1 + \alpha\Delta t_1)\Delta t_1 = 0$$

Один из корней квадратного уравнения отрицательный и смысла не имеет, а второй даёт требуемый ответ: проводник нагреется на 261 К.