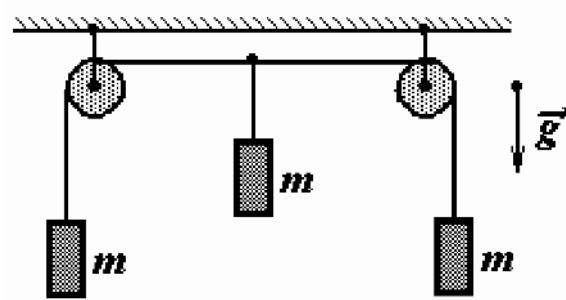
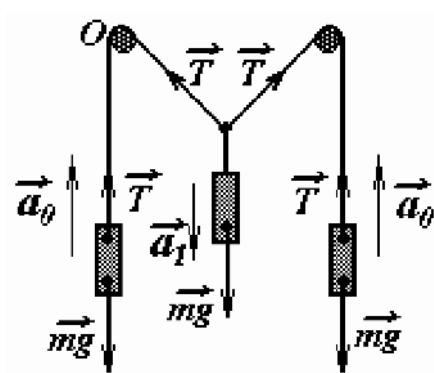


Условие

11-3. Длинная невесомая нерастяжимая нить переброшена через два маленьких невесомых блока, оси которых жестко закреплены. К концам нити привязаны одинаковые грузы. К середине нити прикрепили еще один такой же груз и без толчка отпустили. Определите ускорение этого груза в тот момент, когда нить в точке подвеса изогнулась под прямым углом. Сопротивлением воздуха и трением пренебречь.



Решение

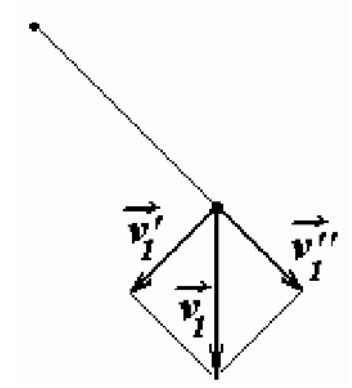


11-3. Обозначим расстояние между блоками $2l$. Запишем уравнения второго закона Ньютона для двух грузов

$$\begin{aligned} T - mg &= ma_0, \\ mg - T\sqrt{2} &= ma_1. \end{aligned} \quad (1)$$

(Чтобы не усложнять формулы мы сразу учитываем, что нить изогнута под прямым углом).

Установим связь между величинами ускорений грузов a_0 и a_1 . Представим движение центрального груза как суперпозицию двух

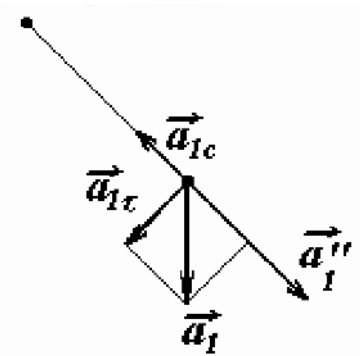


движений: вращения вокруг точки О со скоростью $\vec{v}'_1$ направленной перпендикулярно нити; увеличение радиуса вращения со скоростью $\vec{v}''_1$, направленной вдоль нити. Очевидно, что $|\vec{v}''_1| = v_0$ — скорости бокового груза. Так как, сумма скоростей $\vec{v}''_1$ и $\vec{v}'_1$ направлена вертикально вниз (это скорость груза $\vec{v}_1$), то $|\vec{v}'_1| = |\vec{v}''_1| = v_0$ и

$$v_1 = v_0\sqrt{2}. \quad (2)$$

Согласно разложению движения на составляющие, разложим и ускорение центрального груза. Вращательному движению соответствует центростремительное ускорение $\vec{a}_{1c}$, направленное вдоль нити (равное $\frac{v_0^2}{l\sqrt{2}}$), и тангенциальное $\vec{a}_{1\tau}$, направленное перпендикулярно нити. Увеличению длины нити соответствует ускорение $\vec{a}''_1$, направленное вдоль нити и равное по модулю a_0 — ускорению бокового груза. Следовательно, модуль полного ускорения

$$a_1 = \left(a_0 - \frac{v_0^2}{l\sqrt{2}} \right) \sqrt{2}. \quad (3)$$



Заметим, что эти же соотношения между скоростями и ускорениями грузов можно получить с помощью операции дифференцирования. Запишем закон сохранения энергии для того, чтобы выразить скорость центрального груза

$$2\frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mgl - 2mgl(\sqrt{2} - 1). \quad (4)$$

Решая совместно (2)-(4) можно найти $a_1 = -\frac{g}{4}$, то есть ускорение направленно вверх.