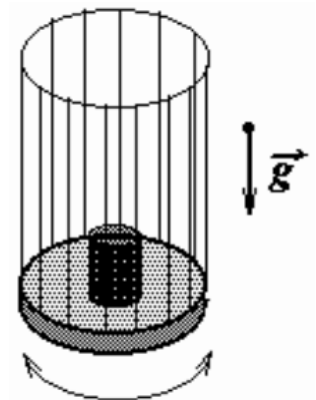


### Условие

**11-2.** Массивный диск подвешен на вертикальных нитях горизонтально. Если диск повернуть вокруг его оси и отпустить, то он начнет совершать крутильные колебания. Как изменится период этих малых колебаний, если в центре диска положить небольшой по размерам груз, масса которого равна массе диска?



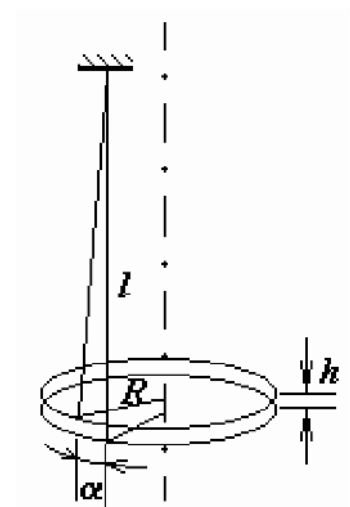
### Решение

**11-2.** При повороте диска на малый угол  $\alpha$  вокруг собственной оси он приподнимается на высоту

$$h \approx l - \sqrt{l^2 - (R\alpha)^2} \approx \frac{R^2\alpha^2}{2l}.$$

Потенциальная энергия при этом увеличивается на

$$\Delta E_n = mg \frac{R^2\alpha^2}{2l}.$$



При вращении диска с угловой скоростью  $\omega$ , его кинетическая энергия равна

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $J$  — постоянный коэффициент (момент инерции), зависящий от распределения масс. Закон сохранения энергии при вращательных колебаниях записывается в виде

$$\frac{J\omega^2}{2} + mg\frac{R^2\alpha^2}{2l} = \text{const.} \quad (1)$$

Проводя аналогию с колебаниями груза на пружине

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \text{const}, \quad (2)$$

можно выразить период колебаний диска

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Jl}{mgR^2}}. \quad (3)$$

Если на диск положить груз, как сказано в условии задачи, то выражение для кинетической энергии (момент инерции  $J$ ) не измениться, так как скорость груза, находящегося на оси вращения, равна нулю. Масса же системы увеличиться в два раза, следовательно, согласно (3), период колебаний уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз.