

Условие

9-5. Брусек массой $m_0 = 1,0$ кг, изготовленный из материала, удельная теплоемкость которого зависит от температуры t по закону $c(t) = c_0(1 + \alpha t)$, где $c_0 = 1,3 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), $\alpha = 0,012$ К⁻¹, опускают в калориметр. Начальная температура бруска $t = 0,0^\circ\text{C}$. В калориметре находится $m_1 = 0,50$ кг воды при температуре $t = 45^\circ\text{C}$. Найти установившуюся температуру воды в калориметре. Теплоемкостью калориметра и тепловыми потерями пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К).

Решение

9-5. Задача решается с помощью уравнения теплового баланса. Горячая вода отдает

$$Q_{\text{отд.}} = m_1 c_1 (t_1 - \theta) \quad (1)$$

теплоты, где θ — окончательная температура в калориметре. Это количество теплоты передается бруску, специфическое свойство которого — зависимость теплоемкости от температуры $C(t)$, усложняет процедуру расчета. Площадь под графиком зависимости $C(t)$ равна

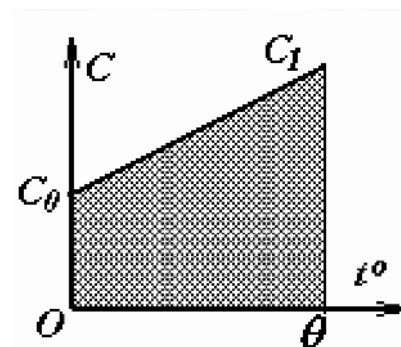
$$S_{O\theta C_1 C_0} = \sum_i C(t_i) \Delta t_i,$$

где i — определяет номер участка разбиения. С другой стороны, полученное количество теплоты

$$Q_{\text{пол.}} = \sum_i C(t_i) \Delta t_i m_0 = m_0 \sum_i C(t_i) \Delta t_i.$$

Таким образом,

$$Q_{\text{пол.}} = m_0 S_{O\theta C_1 C_0}.$$



Площадь $S_{O\theta C_1 C_2}$ найдем как площадь трапеции

$$S_{O\theta C_1 C_2} = \frac{C_0 + C_1}{2} \cdot \theta = \frac{C_0 + C_0(1 + \alpha\theta)}{2} \theta = C_0 \theta + \frac{\alpha C_0 \theta^2}{2}$$

и, следовательно,

$$Q_{\text{пол.}} = m_0 C_0 \left(\theta + \frac{\alpha \theta^2}{2} \right). \quad (2)$$

Приравнявая (1) и (2), получаем квадратное уравнение относительно θ .

$$m_0 C_0 \frac{\alpha}{2} \theta^2 + m_0 C_0 \theta = m_1 C_1 t_1 - m_1 C_1 \theta.$$

В приведенном виде

$$\theta^2 + \frac{2(m_0 C_0 + m_1 C_1)}{\alpha m_0 C_0} - \frac{2m_1 C_1 t_1}{\alpha m_0 C_0} = 0.$$

Это уравнение в числах

$$\theta^2 + 436 \theta - 12115 = 0$$

имеет один из корней

$$\theta \approx 26 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Второй корень физического смысла не имеет, он появился как следствие неоправданного использования формулы (2) в области $\theta < 0$.