

Условие

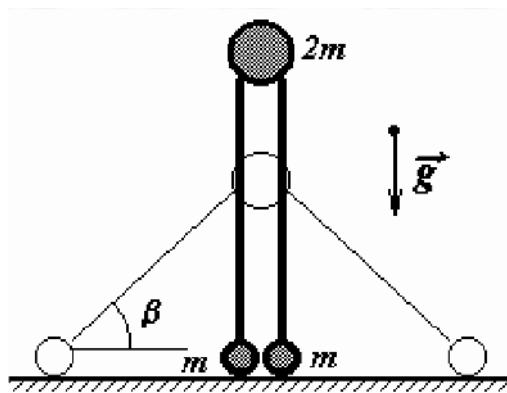
9-2. Три шарика массами $m, 2m, m$ шарнирно скреплены легкими жесткими стержнями длиной l и установлены вертикально на гладкой горизонтальной плоскости. Систему легким толчком выводят из положения равновесия. Определите скорости шаров в момент когда стержни составляют угол β с горизонтом, если система все время остается в вертикальной плоскости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

9-2. По условию задачи система находится в вертикальной плоскости, т.е. в плоскости рисунка. Ввиду симметричного разъезжания стержней скорости нижних тел, скользящих по плоскости, одинаковы по модулю

$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$$

Диссипативные силы отсутствуют, поэтому можно воспользоваться законом сохранения энергии. Будем считать, что значение потенциальной энергии отсчитывается от плоскости основания. Тогда



$$E_{\text{пот.1}} = E_{\text{пот.2}} + E_{\text{кин.2}},$$

где

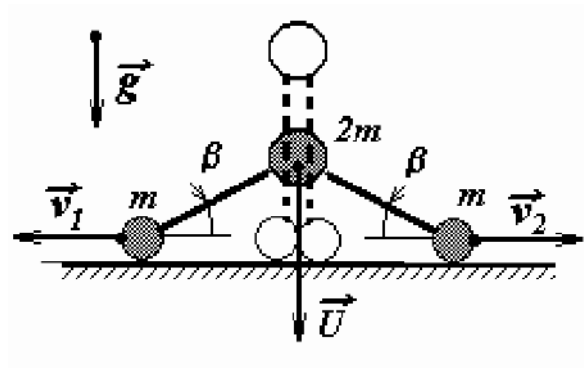
$$E_{\text{пот.1}} = 2mgl, E_{\text{пот.2}} = 2mgl \sin \beta, E_{\text{кин.2}} = \frac{2mu^2}{2} + 2\frac{mv^2}{2} = m(u^2 + v^2).$$

Подстановка соотношений для энергий в закон сохранения дает

$$2gl = 2gl \sin \beta + u^2 + v^2. \quad (1)$$

С другой стороны, неизменность длины стержня (по условию стержни жесткие) позволяет записать второе уравнение для проекций скоростей движения тел на направление прямой, проходящей по оси стержня

$$v \cos \beta = u \sin \beta, \Rightarrow v = u \operatorname{tg} \beta. \quad (2)$$



Совместное решение (1), (2) позволяет выразить скорости шариков

$$u = \cos \beta \sqrt{2gl(1 - \sin \beta)}, v = \sin \beta \sqrt{2gl(1 - \sin \beta)}.$$