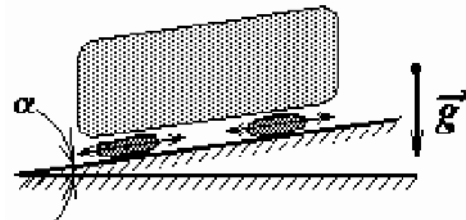


Условие

11-1. В днище ящика расположены две подвижные опоры, которые совершают относительно ящика одномерные противофазные гармонические колебания с амплитудой $a = 1,0\text{см}$ и круговой частотой $\omega = 180\text{с}^{-1}$. Ящик поставлен на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 1,0^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения опор о наклонную плоскость $\mu = 0,20$. Найдите среднюю установившуюся скорость движения ящика по наклонной плоскости.

Решение

11-1. Сила трения направлена в сторону противоположную направлению скорости движения тела относительно поверхности. Если бы ящик покоился, то суммарная сила трения, действующая на ящик была бы равна нулю (так как опоры колеблются в противофазе, то силы трения, действующие на них все время направлены в противоположные стороны). Когда ящик начинает двигаться, то в течении некоторого интервала времени опоры будут двигаться в одну сторону относительно наклонной плоскости. Пусть скорость первой опоры относительно ящика зависит от времени по закону



$$v'_1 = a\omega \sin \omega t,$$

тогда скорость второй

$$v'_2 = -a\omega \sin \omega t.$$

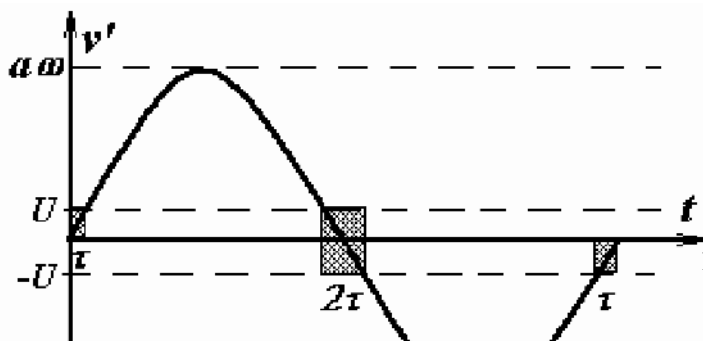
Если скорость ящика равна U , то скорости платформ относительно наклонной плоскости равны

$$\begin{cases} v_1 = U + a\omega \sin \omega t, \\ v_2 = U - a\omega \sin \omega t. \end{cases}$$

Суммарная сила трения отлична от нуля, когда $v_1 > 0, v_2 > 0$ (при этом сила трения направлена вверх по наклонной плоскости). Заметим, что условия $v_1 < 0, v_2 < 0$ при неположительном U не выполняются никогда. Так как угол наклона плоскости α мал, то можно предположить, что средняя скорость движения ящика значительно меньше максимальной скорости движения опор $a\omega$ (справедливость этого предположения проверим позже). Итак, сила трения

отлична от нуля и равна при выполнении условий

$$\begin{cases} v_1 > 0 \\ v_2 > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} a\omega \sin \omega t > -U \\ a\omega \sin \omega t < U \end{cases}.$$



Изобразим график $v_1(t)$ и отметим те интервалы, в которых выполняется (4) (на рис. заштрихованы).

Так как U мало по сравнению с $a\omega$, то интервал τ также мал по сравнению с периодом колебаний. Поэтому можно считать $\sin \omega\tau \approx \omega\tau$, тогда из (4) получим $a\omega^2\tau = U$, откуда

$$\tau = \frac{U}{a\omega^2}.$$

За время одного периода колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$, в течение интервала времени 4τ сила трения равна $\mu mg \cos \alpha$, а в остальные моменты она равна нулю. Следовательно, средняя сила трения

$$F_{\text{ср.}} = \mu mg \cos \alpha \frac{4\tau}{T} \approx \frac{2U}{\pi a\omega} \mu mg.$$

(здесь учтена малость α , тогда $\cos \alpha \approx 1$). При установившемся движении эта сила равна проекции силы тяжести на наклонную плоскость :

$$mg \sin \alpha = \frac{2U}{\pi a\omega} \mu mg.$$

Откуда следует (с учетом $\sin \alpha \approx \alpha$)

$$U = \frac{\pi a\omega \sin \alpha}{2\mu} \approx \frac{\pi a\omega \alpha}{2\mu}.$$

Подстановка численных значений приводим к результату

$$U \approx 0,25 \text{ см/с.}$$

Как и следовало ожидать $U \ll a\omega$, поэтому сделанное ранее приближения вполне обоснованы.