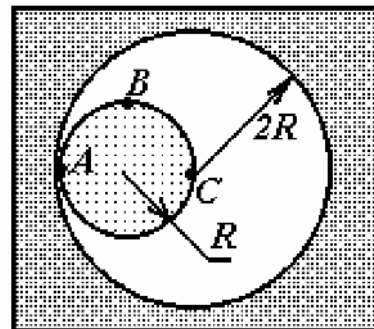


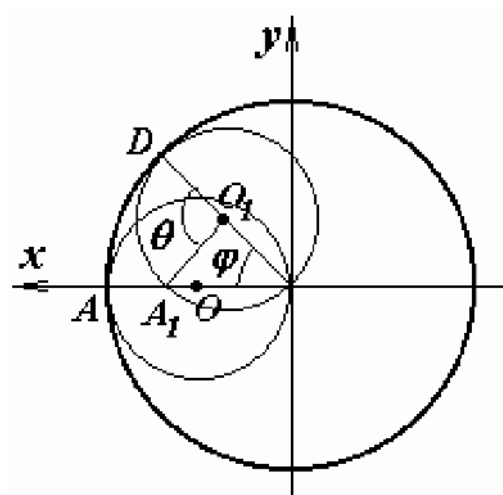
Условие

9-1. Диск радиусом R катится без проскальзывания по боковой поверхности круглого выреза радиусом $2R$ в плоской пластине. Центр диска движется с постоянной по модулю скоростью v . Каковы траектории движения точек A , B , C ? Чему равна максимальная скорость их движения?



Решение

9-1. Рассмотрим движение точки A . Пусть она переходит в точку A_1 , D — новая точка касания выреза. При таком повороте колеса на угол θ его центр сместится на угол φ относительно центра выреза. Так как качение происходит без проскальзывания, то длины дуг AD и A_1D равны, то есть



$$R\theta = 2R\varphi$$

или

$$\theta = 2\varphi.$$

Запишем координаты точки A_1

$$x = R \cos \varphi + R \cos(\theta - \varphi),$$

$$y = R \sin \varphi - R \sin(\theta - \varphi).$$

С учетом связи между углами θ и φ , получим

$$\begin{cases} x = 2r \cos \theta, \\ y = 0. \end{cases}$$

Таким образом, при изменении угла φ от 0 до 2π , x изменяется от $2R$ до $-2R$, а y при этом остается равным нулю. Иными словами траектория точки есть диаметр выреза, проходящий через точку. Аналогично можно показать, что траектории точек B и C также являются отрезками прямых (диаметрами). Какими, подумайте самостоятельно.