

Условие

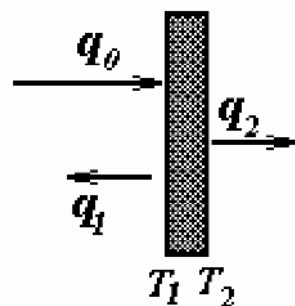
9-5. Одна сторона тонкой металлической пластинки освещена Солнцем. При температуре воздуха T_0 освещенная сторона имеет температуру T_1 , противоположная — T_2 . Какими будут значения температур, если взять пластину двойной толщины?

Решение

9-5. В этой задаче необходимо использовать разумные предположения (которые, впрочем, формулируются в форме строгих физических законов).

Пусть освещенная сторона пластинки поглощает в единицу времени энергию q_0 . В состоянии теплового равновесия эта энергия излучается в окружающую среду как с освещенной (q_1), так и с затемненной (q_2) стороны. Причем можно считать, что количество отданной теплоты пропорционально разности температур поверхности и окружающего воздуха. Запишем условия теплового баланса

$$q_0 = q_1 + q_2 = a(T_1 - T_0) + a(T_2 - T_0), \quad (1)$$



где a — некоторая постоянная в рамках нашей задачи величина. Количество теплоты q_2 , излучаемое затемненной стороной, переносится внутри пластины. Этот поток теплоты пропорционален скорости изменения температуры с расстоянием

$$q_2 = \kappa \frac{T_1 - T_2}{d} = a(T_2 - T_0), \quad (2)$$

где d — толщина пластины, κ — некоторый постоянный коэффициент (он называется теплопроводностью), зависящий от свойств материала, из которого изготовлена пластина. Аналогичные соотношения можно записать для пластины толщиной $2d$.

$$q_0 = a(T'_1 - T_0) + a(T'_2 - T_0), \quad (3)$$

$$q'_2 = \kappa \frac{T'_1 - T'_2}{2d} = a(T'_2 - T_0), \quad (4)$$

где T'_2 и T'_1 — температуры освещенной и неосвещенной сторон пластины вдвое большей толщины.

Совместное решение системы уравнений (1)-(4) приводит к результату

$$T'_1 = \frac{(T_1 + T_2 - 2T_0)(2T_1 - T_2 - 2T_0)}{2(T_1 - T_0)},$$

$$T'_2 = \frac{(T_2 - T_0)(T_1 + T_2 - 2T_0)}{2(T_1 - T_0)}.$$