

Условие

11-4. Однородный стержень положен на два быстро вращающихся блока, как показано на рисунке. Расстояние между осями блоков $l = 20\text{см}$, коэффициент трения между стержнем и блоками $\mu = 0,18$. Найдите период колебания стержня.

Решение

11-4. Причина возникновения колебаний становится явной из рисунка. Сдвинем однородный стержень на расстояние x , например, вправо. Поскольку центр тяжести (точка O' на рисунке) стержня при этом приблизится к правому цилиндру, то сила реакции опоры $\vec{N}_1$ станет по величине больше $\vec{N}_2$



$$\begin{cases} N_1 = mg \frac{l+2x}{2l} \\ N_2 = mg \frac{l-2x}{2l} \end{cases} \quad N_1 > N_2 \quad \left(0 \leq x \leq \frac{l}{2}\right). \quad (1)$$

Уравнения (1) достаточно легко можно получить из условия равновесия стержня по вертикали (движение отсутствует) и отсутствия его вращения относительно центра масс. Так как цилиндры вращаются навстречу друг другу, то силы трения скольжения $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ также направлены навстречу друг другу. Их геометрическая сумма направлена к точке начального равновесия O и равна:

$$\Delta F = F_1 - F_2 = kN_1 - kN_2 = k(N_1 - N_2) = kmg \frac{2x}{l} \quad (2)$$

Таким образом, уравнение движения стержня принимает хорошо известный вид:

$$ma = -kmg \frac{2x}{l}, \quad (3)$$

Уравнение (3) описывает гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2kg}} = \pi \sqrt{\frac{2l}{kg}} = 1,5\text{с}.$$

Интересно отметить, что приведенный пример гармонических колебаний не нуждается в традиционном критерии малости: в однородном гравитационном поле мы должны побеспокоиться только о том, чтобы центр тяжести стержня не вышел за цилиндр:

$$x \leq \frac{l}{2}. \quad (4)$$

При этом величина амплитуды ограничивается только нашими «техническими» возможностями при демонстрации, а не принципиальными теоретическими положениями, как это было в случае математического и пружинного маятников.

