

Условие

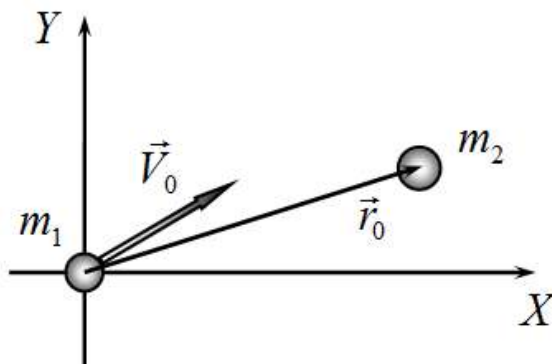
Задание 1. Легкая разминка

Задание состоит из трех не связанных между собой задач.

Задача 1.1. Столкновение

Два небольших заряженных шарика, массы которых равны m_1 и m_2 , могут двигаться без трения в горизонтальной плоскости XY . В момент времени $t = 0$ первый шарик находится в начале координат и имеет скорость $\vec{V}_0$, второй шарик покоится в точке, радиус-вектор которой $\vec{r}_0$. В момент времени t первый шарик оказался в точке, радиус-вектор которой $\vec{r}_1$.

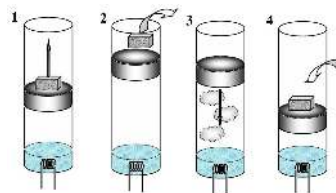
1.1.1 Найдите $\vec{r}_2$ радиус-вектор точки, в которой находится второй шарик в этот момент времени.



Задача 1.2. Тепловой подъемник.

Паровая машина состоит из вертикального цилиндрического сосуда, в котором может двигаться без трения поршень. В сосуде находится вода, внутри которой расположен электрический нагреватель. Цикл паровой машины состоит из 4 этапов, показанных на рисунке:

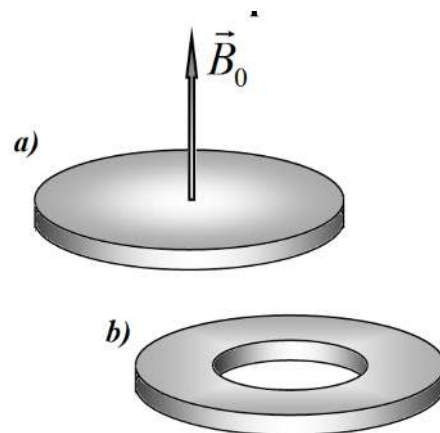
1. На поршне находится груз, включают нагреватель, вода кипит, пар поднимает поршень с грузом. 2. После того, как поршень поднялся на некоторую высоту, груз быстро снимают и выключают нагреватель. 3. Пар под поршнем остывает и конденсируется, поршень медленно опускается. 4. После того как поршень опустился на определенную высоту, на него снова кладут груз.



Атмосферное давление $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па, масса поршня $M = 2,0$ кг, его площадь $S = 10$ см², масса груза $m = 1,0$ кг. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$. Считайте, что под поршнем находится только водяной пар. Зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры в рассматриваемом диапазоне описывается функцией приближенной функцией $P = at^\circ - b$, где, $a = 4,85 \frac{кПа}{К}$, $b = 384$ кПа, t° - температура в градусах Цельсия.

1.2.1 Нарисуйте схематический график циклического процесса в координатах (P, V) .

1.2.2 Рассчитайте коэффициент полезного действия описанной тепловой машины.



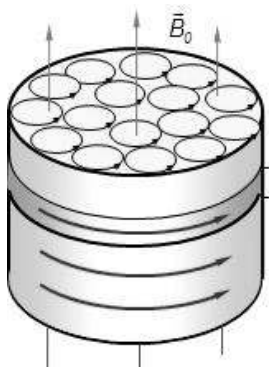
Задача 1.3. Кольцевой магнит

Постоянный магнит имеет форму тонкого диска, который намагничен перпендикулярно плоскости диска. Индукция магнитного поля в центре диска равна $\vec{B}_0$, и направлена по оси диска (рис. а).

В центре диска вырезают круглое отверстие, радиус которого в два раза меньше радиуса диска (рис. b).

1.3.1 Чему будет равна индукция магнитного поля $\vec{B}_1$ в центре получившегося кольцевого магнита? Укажите направление этого вектора.

Подсказка: Вспомните гипотезу Ампера о молекулярных токах, которая объясняет намагничивание магнитов.



Решение

Задание 1. Легкая разминка.

Задача 1.1

Основная идея решения: центр масс системы движется равномерно и прямолинейно. В момент времени $t = 0$: радиус-вектор центра масс

$$\vec{R}_{C0} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}_0;$$

Скорость центра масс

$$\vec{V}_C = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{V}_0.$$

Закон движения центра масс:

$$\vec{R}_C = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}_0 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{V}_0 t;$$

Сравнивая с формулой для центра масс

$$\vec{R}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2},$$

Получаем уравнение

$$\frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}_0 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{V}_0 t, \quad (5)$$

из которого находим

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_0 + \frac{m_1}{m_2} \vec{V}_0 t - \frac{m_1 \vec{r}_1}{m_2}, \quad (6)$$

Задача 1.2 Тепловой подъемник

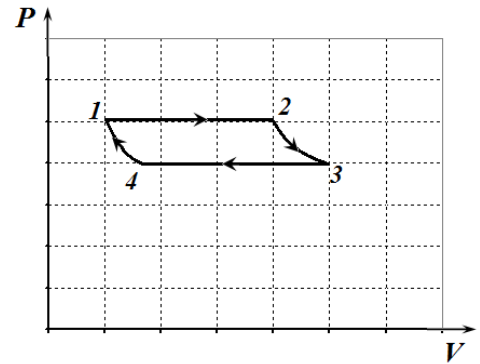
Кипение на первом этапе происходит при постоянном давлении, следовательно, при постоянной температуре. Аналогично, на третьем этапе конденсация происходит при постоянных давлении и температуре. Второй и четвертый этапы можно считать адиабатическими. Цикл паровой машины показан на рис. Так как этот цикл состоит из двух изотерм и двух адиабат, то этот цикл является циклом Карно. Поэтому его КПД рассчитывается по формуле

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1)$$

где T_1 - температура кипения на первом этапе, T_2 - температура конденсации на третьем этапе цикла. Температуры могут быть найдены из приведенной в условии зависимости давления насыщенного пара от температуры. Первый этап цикла происходит при постоянном давлении

$$P_1 = P_0 + \frac{(M + m)g}{S} \approx 1,3 \cdot 10^5 \text{ Па} \quad (2)$$

Температура пара есть температура кипения и равна



$$t_1 = \frac{P_1 + b}{a} = \frac{130 + 384}{4,85} \approx 106^\circ C = 379 \text{ K} . \quad (3)$$



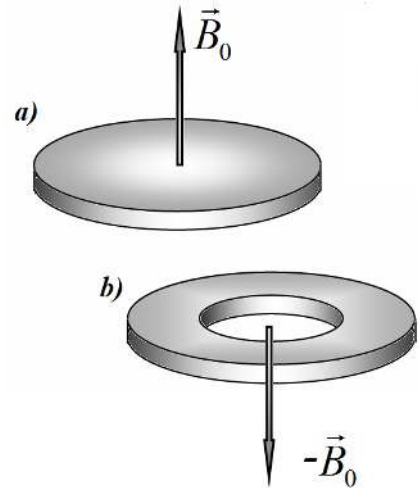
Разность температур в формуле (1) удобно вычислить по формуле

$$T_1 - T_2 = \frac{P_1 - P_2}{a} = \frac{mg}{Sa} = \frac{20}{4,85} \approx 4,2 \text{ K} . \quad (4)$$

Таким образом, КПД машины равен

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{4,2}{379} = 1,1\% . \quad (5)$$

Задача 1.3 Кольцевой магнит



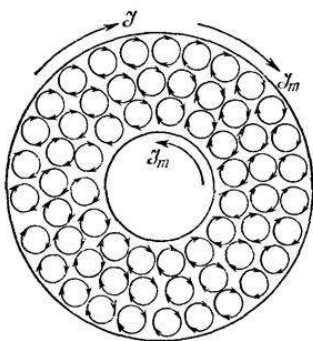
Поле постоянного магнита создается поверхностными токами намагничивания. В данном случае – круговым током. Индукция поля кругового тока определяется по формуле

$$B_0 = k \frac{I}{R} . \quad (1)$$

Из этой формулы следует, что индукция поля удаленного магнита (радиус которого в 2 раза меньше), в два раза больше, чем B_0 . Поэтому при удалении центральной части индукция поля станет равной

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + 2\vec{B}_0 \Rightarrow \vec{B}_1 = -\vec{B}_0 . \quad (2)$$

То есть модуль этой величины не изменился, но направление изменилось на противоположное!



Примечание. Этот же результат можно получить, рассматривая поле кольцевого магнита как суперпозицию полей двух круговых токов, текущих по внешней и внутренней поверхности кольца.