

Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю!

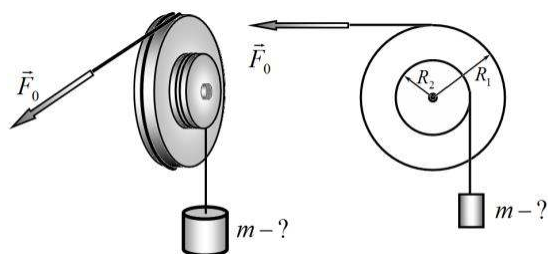
Условие

Задание 1. Простая задача про простые механизмы.



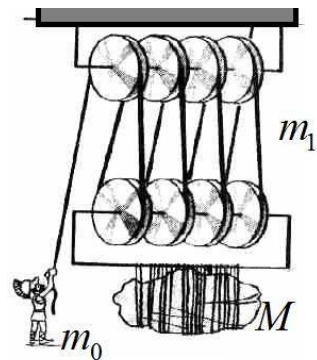
Когда великий Архимед открыл правило рычага, он воскликнул: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю!». И не случайно – еще в античные времена это правило трансформировалось в «золотое правило механики»: «ни один механизм не дает выигрыша в работе, во сколько раз выигрываешь в силе, во столько раз проигрываешь в расстоянии!». А через две тысячи лет из этого правила вырос закон сохранения энергии, основа современной физики. Вам предстоит доказать, что Вы понимаете «золотое правило механики» и его применение к различным механизмам. Во всех устройствах трением пренебрегайте.

1.1. Ворота



Подъемное устройство (ворота) состоит из двух соединенных толстых дисков, насаженных на одну горизонтальную ось. Радиусы дисков равны R_1 , R_2 . На боковые поверхности дисков намотаны крепкие веревки. Одну из них тянут горизонтально с постоянной силой $\vec{F}_0$.

1.1 Определите массу груза m , который можно поднять с помощью этого устройства.



1.2. Полиспаст

На рисунке показано еще одно подъемное устройство – полиспаст. Масса всех одинаковых блоков полиспаста равна m_1 , массой остальных его частей можно пренебречь.

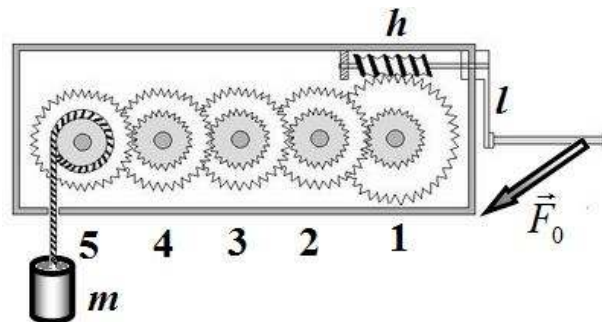
1.2 Определите массу груза M , который может поднять человек массы m_0 с помощью этого устройства.

1.3. Сделай сам

1.3 Предложите устройство, систему подвижных и неподвижных блоков, которая дает выигрыш в силе в 3 раза. Нарисуйте схему этого устройства.

1.4. Лебедка

На рисунке показана схема еще одного подъемного устройства – лебедки. Сдвоенные шестерни 1-4 имеют n_1 зубьев на большей шестеренке и n_2 зубьев на меньшей шестеренке (причем $n_1 = 2n_2$). На последней, 5-й ступени, меньшая шестеренка заменена на диск радиуса r , на который намотана веревка, к которой привязывают поднимаемый груз m . Первую



Младшая группа. Теоретический тур. Условия задач. 1



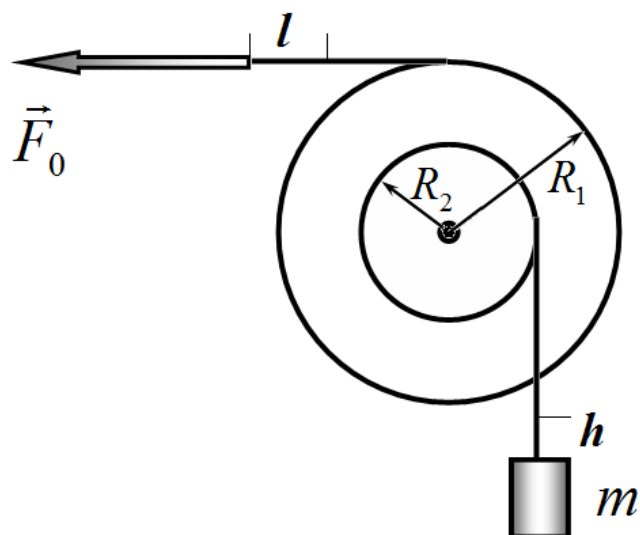
шестерню приводят во вращения с помощью червячного механизма. Ось червяка вращают с помощью ручки, длина плеча которой равна l . Силу F_0 прикладывают к рукоятке перпендикулярно плечу.

1.4 Определите массу груза, которую можно поднять с помощью этой лебедки.

Решение

Задание 1. Простая задача про простые механизмы.

1.1 Ворот.



Если конец веревки, к которой приложена сила, сместить на расстояние l , то груз поднимется на высоту h , которую можно найти из условия равенства углов поворота:

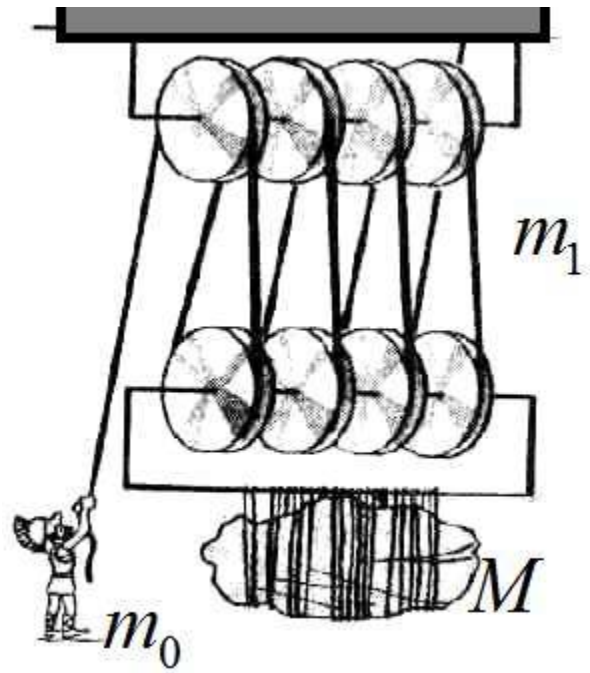
$$\frac{l}{R_1} = \frac{h}{R_2}. \quad (1)$$

В соответствии с «золотым правилом» выполняется условие

$$F_0 l = mgh. \quad (2)$$

Из этих выражений, следует, что масса поднимаемого груза равна

$$m = \frac{F_0}{g} \frac{R_1}{R_2}. \quad (3)$$



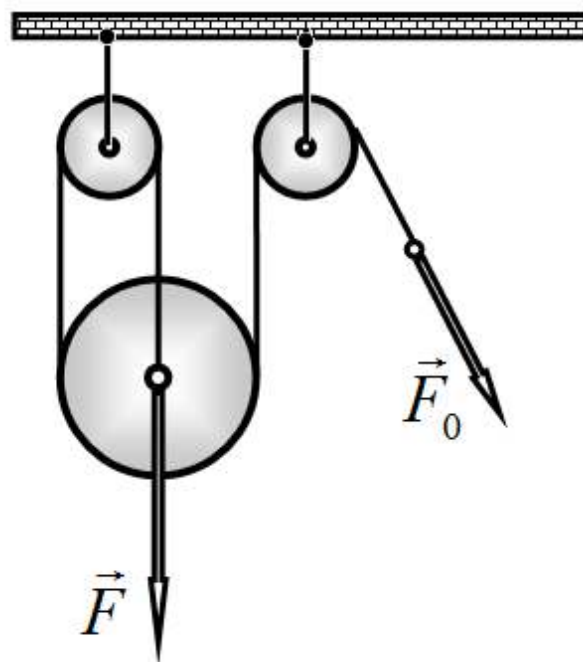
1.2 Полиспаст.

Если человек опустит конец веревки на величину l , то груз поднимется на высоту $h = \frac{l}{8}$. Так как максимальная сила, которую может приложить человек, равна $m_0 g$, то максимальный груз, который можно поднять, находится из «золотого правила механики»:

$$m_0 g l = \left(M + \frac{m_1}{2} \right) g h. \quad (1)$$

Откуда следует, что

$$M = 8m_0 - \frac{m_1}{2}. \quad (2)$$



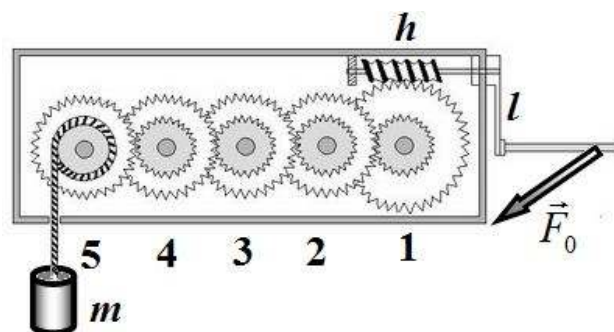
1.3 Сделай сам.

Чтобы получить выигрыш в силе в три раза, подвижный блок необходимо подвесить на трех нитях. Например, так, как показано на рисунке.



1.4 Лебедка.

Допустим, рукоятку повернули на один оборот (при этом ее конец прошел расстояние равное $L = 2\pi l$), первая шестерня повернулась на угол $\varphi_1 = \frac{2\pi}{n_1}$. Вторая шестерня при этом повернется на угол в 2 раза меньший (так как на меньшей шестеренке в два раза меньше зубьев), угол поворота каждой следующей также будет в два раза меньше предыдущей. Следовательно, пятая шестерня повернется на угол $\varphi_5 = \frac{\varphi_1}{16}$, при этом груз поднимется на высоту



$$h = r\varphi_5 = r \frac{1}{16} \frac{2\pi}{n_1}. \quad (1)$$

Из «золотого правила механики» следует равенство

$$F_0 L = mgh \quad \Rightarrow \quad m = F_0 \frac{L}{gh} = F_0 \frac{2\pi l}{g \left(r \frac{1}{16} \frac{2\pi}{n_1} \right)} = 16n_1 \frac{l}{r} \frac{F_0}{g}. \quad (2)$$