Решения задач. 11 класс.

Задание 1. Легкая разминка

Задача 1.1

1.1.1 Внутренняя энергия газа рассчитывается по формуле:

$$U = C_V \nu RT \ . \tag{1}$$

Запишем также уравнение состояния газа

$$PV = \nu RT \, . \tag{2}$$

Из этих уравнений следует, что

$$U = C_V PV \ . \tag{3}$$

Внутренняя энергия воздуха в комнате не изменилась.

1.2.1 Тем не менее, на нагревание воздуха теплота необходима. Изменение внутренней энергии оказалась равным нулю, потому, что часть воздуха вышла наружу. Сложность расчета полного количества теплоты заключается в том, что в процессе разные порции воздуха выходили при разных температурах, получая разное количество теплоты.
Рассмотрим, как изменялось количество воздуха в комнате при изменении температуры. Для этого выразим из (2) зависимость количества вещества в комнате от температуры:

$$\nu = \frac{PV}{RT} \ . \tag{4}$$

Тогда при изменении температуры на малую величину dT число молей уменьшалось на

$$d\nu = \frac{PV}{R}\frac{dT}{T^2} \, . \tag{5}$$

Эта порция воздуха получила количество теплоты, равное

$$\delta Q = C_P (T - T_0) d\nu = C_P \frac{PV}{R}\frac{T - T_0}{T^2} dT \ . \tag{6}$$

Здесь $C_P = C_V + R = \frac{7}{2}R$ - молярная теплоемкость при постоянном объеме (процесс изобарный). Для точного расчета количества полученной теплоты необходимо проинтегрировать выражение (6). Однако, так как относительное изменение абсолютной температуры не велико, то в знаменателе этого выражения изменением температуры можно пренебречь. Тогда количество теплоты, унесенное на улицу можно представить в виде:

$$Q = \frac{C_P}{R} PV \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 = \frac{7}{4} PV \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 \approx 52 кДж \, . \tag{7}$$

Модно заметить, что это выражение модно представить в наглядной форме (которую можно получить на основании качественных физических рассуждений)

$$Q = \frac{1}{2} C_P \Delta \nu \Delta T \ . \tag{8}$$

Задача 1.2

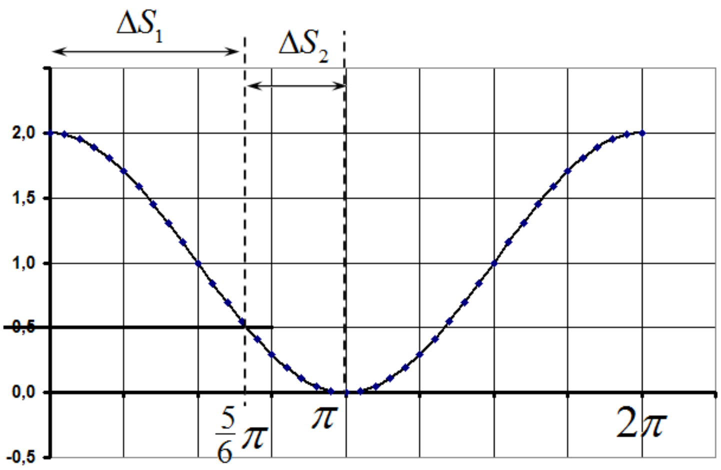
Причиной изменения интенсивности отраженного света является интерференция волн, отраженных от передней и задней поверхностей пленки. При интерференции двух волн одинаковой интенсивности интенсивность результирующей волны описывается формулой

$$I = I_0(1+\cos\varphi)\,, \tag{1}$$

Где φ разность фаз между интерферирующими волнами. Разность фаз между указанными волнами пропорциональна толщине пленки, или обратно пропорциональна ее площади. При малом изменении площади, толщина пленки также будет изменяться мало, тогда это изменение толщины можно выразить следующим образом

$$h = \frac{h_0 S_0}{S_0+\Delta S} \approx h_0\left(1-\frac{\Delta S}{S_0}\right) \tag{2}$$

Таким образом, можно считать, что изменение толщины пленки, а, следовательно, и разности фаз между двумя волнами пропорционально изменению ее площади. Так как при начальной площади S_0 интенсивность достигла максимума, то при этой площади разность фаз составляла целое число 2π, поэтому можно положить, в этот момент разность фаз равнялась нулю. Для наглядности изобразим график интенсивности отраженного света от разности фаз. Итак, при $\Delta S = 0$ разность фаз также равнялась нулю, а интенсивность достигла максимального значения в 2 условных единицы. Далее интенсивность монотонно убывала – следовательно, все изменения проходят в пределах одного порядка интерференции. Затем интенсивность уменьшилась в 4 раза, следовательно, она стала равной 0,5. Глядя на формулу (1), не сложно заметить, что в этот момент косинус сдвига фаз стал



изменение разности фаз

равным -0,5, что соответствует разности фаз в $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{5}{6}\pi$. Для того, чтобы интенсивность стала равной нулю, необходимо чтобы разность фаз стала равной π. То есть фаза должна дополнительно изменится на $\frac{1}{6}\pi$. При изменении площади на величину ΔS_2, фаза должна измениться в 5 раз меньше, чем при изменении площади на величину ΔS_1. А так как изменение разности фаз и изменение площади пропорциональны друг другу, то изменение площади должно быть в 5 раз меньше, т.е.

$$\Delta S_2 = \frac{1}{5}\Delta S_1\ . \tag{3}$$

Задача 1.3

Запишем уравнения закона сохранения импульса

$$\frac{h}{\lambda_0} = -\frac{h}{\lambda} + p \qquad (1)$$

И закона сохранения энергии

$$\frac{hc}{\lambda_0} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda} + E \qquad (2)$$

Здесь p, E - импульс и энергия электрона после взаимодействия. Добавим уравнение связи между энергией и импульсом электрона

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \qquad (3)$$

При аккуратном (и не слишком громоздком) решении полученной системы уравнений (1) -(3). получаем известный результат для сдвига длины волны:

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{mc} = 4{,}8 \cdot 10^{-12}\,м\,. \qquad (4)$$