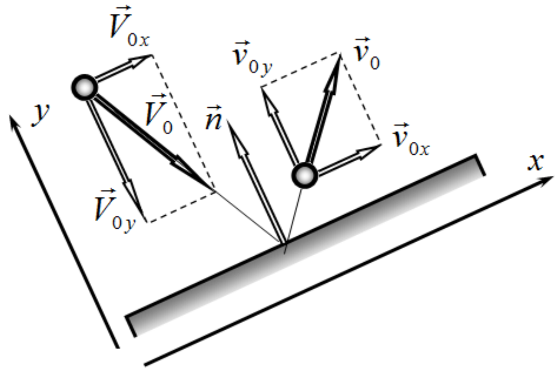
Задание 9-2. Неупругий удар.

При описании удара движущегося тела о неподвижную стенку часто используется модель абсолютно упругого удара, при котором модуль скорости тела не изменяется, а угол падения равен углу отражения. Однако такая модель не всегда корректно описывает реальные столкновения.



Более общей является модель неупругого удара, которая используется в данной задаче. Пусть движущееся тело (которое рассматривается как материальная точка) сталкивается с неподвижной плоской поверхностью. Направим ось Ox вдоль поверхности, а ось Oy перпендикулярно ей.

Вектор скорости движущегося тела $\vec{V}_0$ удобно разложить на две составляющие: параллельную плоскости - $\vec{V}_{0x}$ (тангенциальная составляющая); перпендикулярную плоскости - $\vec{V}_{0y}$ (нормальная составляющая). Обозначим вектор скорости после удара $\vec{v}_0$. Будем считать, что проекции этого вектора связаны с компонентами вектора скорости до удара следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} v_{0x} &= \gamma_1 V_{0x} \\ v_{0y} &= -\gamma_2 V_{0y} \end{aligned} . \tag{1}$$

В этих формулах безразмерные коэффициенты $\gamma_1, \gamma_2 < 1$ называется коэффициентами восстановления. Коэффициент γ_1, описывающий изменение тангенциальной компоненты скорости, определяется силой трения, действующей на тело в ходе столкновения. Коэффициент γ_2, описывающий изменение нормально компоненты скорости, определяется упругими свойствами поверхности и движущегося тела.

Во всех частях данной задаче используется модель, в которой

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = 0{,}80 . \tag{2}$$

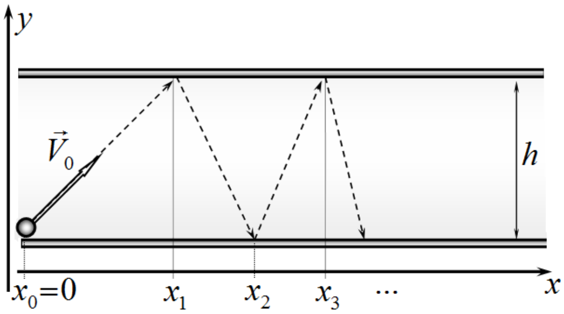
Т.е. модули обеих проекций скорости при ударе уменьшаются в одно и тоже число раз.

<u>Подсказка.</u>
При решении данной задачи вам может понадобиться формула для суммы членов геометрической прогрессии:

$$1 + z + z^2 + \ldots + z^{n-1} = \frac{1 - z^n}{1 - z} . \tag{3}$$

Все, приведенные в условии рисунки, являются схематическими и носят иллюстративный характер. Ссылаться на них в решении задачи не следует!

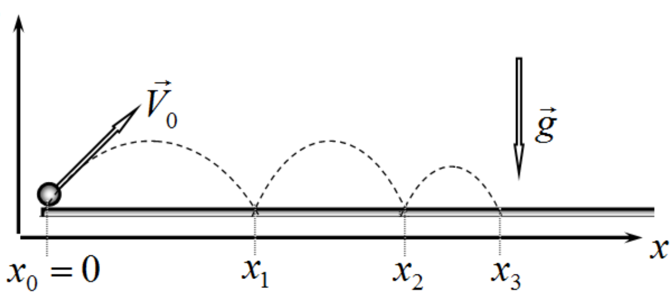
Часть 1. Движение в горизонтальной плоскости.



На горизонтальной плоскости на расстоянии h друг от друга закреплены две параллельные стенки. Между этими стенками движется небольшое тело (материальная точка), периодически сталкиваясь со стенками. Введем систему координат, ось Ox которой направлена параллельно стенкам, а ось Oy перпендикулярно им. В начальный момент времени тело касается одной из стенок (в начале координат). Телу толчком сообщают скорость $\vec{V}_0$, такую, что проекции этого вектора на ось координат равны $V_{0x} = V_{oy} = v_0$. Трением тела о горизонтальную поверхность можно пренебречь.

1.1	Получите общую формулу для координат точек столкновения тела со стенками $x_1, x_2, \dots x_n, \dots$
1.2	В выбранном Вами масштабе постройте траекторию движения тела до его 5-го столкновения со стенками.
1.3	Найдите, чему равна средняя скорость движения шарика за время от начала движения до n-го столкновения со стенками.

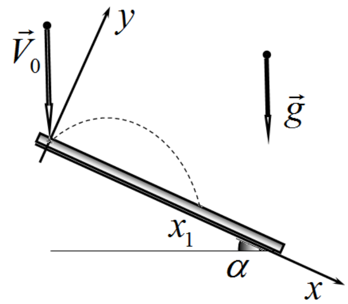
Часть 2. Прыжки по горизонтальной поверхности.



Рассматриваемое тело может двигаться в вертикальной плоскости, испытывая столкновения с плоской горизонтальной поверхностью. В начальный момент времени тело находится в начале координат (ось Ox горизонтальна, ось Oy - вертикальна), и ему сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, такую, что проекции этого вектора на оси координат равны $V_{0x} = V_{oy} = v_0$. Ускорение свободного падения равно $\vec{g}$, сопротивление воздуха не учитывать.

2.1	Получите общую формулу для координат точек столкновения тела с горизонтальной поверхностью $x_1, x_2, \dots x_n, \dots$
2.2	Найдите, на какое максимальное расстояние вдоль оси Ox сместится шарик.

Часть 3. Столкновения с наклонной плоскостью.



Рассматриваемое тело падает вертикально на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. В момент удара о плоскость скорость тела равна $\vec{V}_0$. Совместим начало системы отсчета с точкой первого столкновения тела с наклонной плоскостью. Ось Ox направим вдоль наклонной плоскости, ось Oy перпендикулярно ей.

3.1 Рассчитайте координату x_1 следующего столкновения тела с плоскостью. 3.2 При каком значении γ все «прыжки» тела будут одинаковыми?