Задание 9-3. Форма полости.

Часть 1. Цилиндрические сосуды.

1.1 Сопротивление между стержнями полностью определяется сопротивлением жидкости, если сопротивление стержней и подводящих проводов пренебрежимо мало. Далее: электрический ток, протекающий между стержнями в жидкости (в плоскости перпендикулярной стержням), локализован в малой области вблизи стержней. Поэтому измеряемое сопротивление не должно зависеть от диаметра сосуда, который заметно превышает расстояние между стержнями. Поэтому Электрическое сопротивление между стержнями должно быть обратно пропорционально высоте уровня налитой жидкости

$$R = \frac{b}{h}. \tag{1}$$

Параметр b имеет смысл электрического сопротивления слоя жидкости толщиной в 1 см.

1.2 По закону Ома измеряемая сила тока равна:

$$I = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{b}h = \frac{U_0}{b}\frac{4V}{\pi D^2}. \tag{2}$$

При выводе использована формула для объема цилиндра $V = \frac{\pi D^2}{4}h$, из которой выражена зависимость высоты уровня жидкости от объема налитой жидкости. Таким образом, параметр k в экспериментальной зависимости силы тока от объема жидкости равен

$$k = \frac{4U_0}{b\pi D^2}. \tag{3}$$

Эта формула позволяет вычислить значения параметра b для всех использованных сосудов

$$b = \frac{4U_0}{k\pi D^2}. \tag{3}$$

Значение параметра b для трех различных диаметров сосудов приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

$D, см$	$k, Ом \cdot см^{-3}$	$b, Ом \cdot см$
4,0	578	38,10
6,0	1301	37,90
8,0	2312	37,94

1.3 Для всех сосудов значение этого параметра примерно одинаковое, поэтому что подтверждает теоретическую формулу (1) и сделанные при ее выводе предположения.

Часть 2. Конический сосуд.

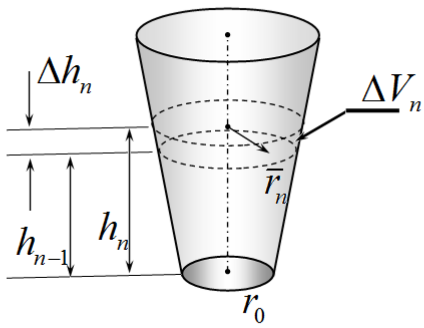
2.1 Как следует из результатов части 1, сопротивление между стержнями зависит только от высоты уровня жидкости в сосуде и не зависит от его формы. Кроме того, сила тока прямо пропорциональна высоте уровня жидкости h. Из приведенного графика зависимости проводимости от объема налитой жидкости следует, что высота уровня жидкости возрастает быстрее, чем возрастает объем жидкости. Следовательно, сосуд сужается, т.е. использован сосуд **(б)**.

2.2 Для каждого значения объема налитой жидкости V_n по измеренному значению сопротивления $R_n = \frac{U_0}{I_n}$ с помощью формулы (2) можно рассчитать высоту уровня жидкости

$$h_n = \frac{b}{R_n} = \frac{b}{U_0} I_n \qquad (3)$$

Точный теоретический расчет зависимости уровня жидкости в сосуде от ее объема возможен, но является слишком громоздким. Поэтому следует воспользоваться «подсказкой» и упростить методику расчетов. Эти приближенные методы, конечно, имеют некоторую погрешность, но она вполне допустима, так приведенные результаты также имеют некоторую погрешность.

Вычислим изменение уровня жидкости $\Delta h_n = h_n - h_{n-1}$ при добавлении очередной порции жидкости объемом ΔV. С хорошей точностью можно считать, что этот тонкий слой примерно имеет форму цилиндры, поэтому его объем равен



$$\Delta V_n = \pi \, \bar{r}_n^2 \Delta h_n . \qquad (4)$$

Здесь $\bar{r}_n$ «средний» радиус слоя жидкости толщиной $\Delta h_n = h_n - h_{n-1}$. Приближенно можно считать, что $\bar{r}$ есть радиус сосуда на средней высоте $\bar{h}_n = \frac{1}{2}\left(h_{n-1} + h_n\right)$. Из формулы (4), следует, что

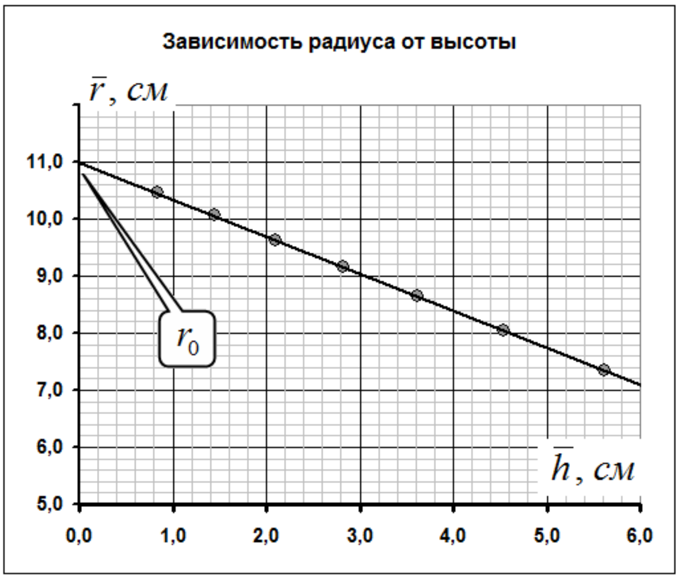
$$\bar{r}_n = \sqrt{\frac{\Delta V_n}{\pi \Delta h_n}} . \qquad (5)$$

Таким образом, требуемая зависимость радиуса сосуда от расстояния до дна задается точками с координатами $\left(h_n, \bar{r}_n\right)$. Результаты расчетов этих точек приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

$V_n, см^3$	I, A	$h_n, см$	$\Delta h_n, см$	$\bar{h}_n, см$	$\bar{r}_n, см$
200	0,064	0,540			
400	0,133	1,123	0,583	0,832	10,45
600	0,208	1,756	0,633	1,440	10,03
800	0,289	2,440	0,684	2,098	9,65
1000	0,379	3,200	0,760	2,820	9,15
1200	0,479	4,045	0,844	3,623	8,68
1400	0,596	5,033	0,988	4,539	8,03
1600	0,735	6,207	1,174	5,620	7,36
1800	0,915	7,727	1,520	6,967	6,47
2000	1,189	10,040	2,314	8,884	5,25

График зависимости $\bar{r}_n(\bar{h}_n)$ приведен на следующем рисунке. Полученная зависимость линейна, что, во-первых, косвенно подтверждает применимость примененного приближенного метода; во-вторых, указывает, что сосуд действительно имеет форму расширяющегося усеченного конуса.



Для сужающейся конической поверхности теоретически эта зависимость описывается формулой

$$r = r_0 - h \cdot tg\theta. \quad (6)$$

С помощью полученного графика определяем

$$r_0 = 11{,}0\ см$$
$$tg\theta = 0{,}65 \quad \Rightarrow \quad \theta \approx 33° \quad (7)$$