

## Задача 10-2 Короткий толчок

Если на тело действует некоторая сила в течение малого промежутка времени  $\Delta t$ , очень часто используют **теорему об изменении импульса** тела (которая равносильна второму закону Ньютона): изменение импульса тела равно импульсу действующей силы:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t. \quad (1)$$

При этом пренебрегают смещением тела за время действия силы.

Но в этом подходе скрыто противоречие: если скорость тела изменилась, то изменилась его кинетическая энергия. С другой стороны, справедлива **теорема о кинетической энергии**: изменение кинетической энергии тела, равно работе внешних сил:

$$\Delta E_{кин.} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}. \quad (2)$$

Но если пренебречь смещением тела за время действия силы, то работа оказывается равной нулю (!), следовательно, энергия тела и его скорость не изменяется!

Продемонстрируйте свое понимание физики и используемых приближенных методов: покажите, что между этими теоремами никаких противоречий не возникает.

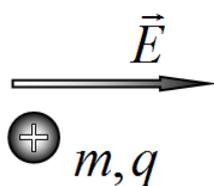
**Во всех частях задачи рассматривается движение небольшой частицы (материальной точки) массы  $m$ , имеющей постоянный электрический заряд  $q$ .**

**Силой тяжести, силой сопротивления воздуха следует пренебрегать.**

В ходе решения вам необходимо использовать единственную приближенную формулу, справедливую при малых значениях безразмерной величины  $x \ll 1$ :

$$(1 + x)^\gamma \approx 1 + \gamma x, \quad (3)$$

Эта формула справедлива при любых значениях показателя степени  $\gamma$ .



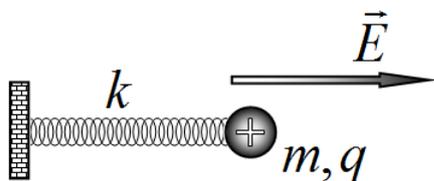
### Часть 1. Постоянная сила.

Частица свободна и находится в состоянии покоя. На короткий промежуток времени  $\tau$  включается постоянное электростатическое поле, напряженность которого равна  $E$ .

1.1 Используя теорему об изменении импульса (1), найдите скорость  $v_0$ , которую приобретет частица за время включения электрического поля. Постройте схематический график зависимости скорости частицы от времени.

1.2 Найдите скорость частицы после выключения поля  $v_1$ , используя теорему о кинетической энергии (2). Постройте схематический график зависимости скорости частицы от ее координаты.

1.3 Совпадают ли значения скорости  $v_0$ , полученные в пп. 1.1 – 1.2?



### Часть 2. Сила упругости.

Частицу прикрепили с помощью легкой непроводящей пружины жесткостью  $k$  к неподвижной стенке. Частица находится в состоянии покоя, затем на короткий промежуток времени  $\tau$  включается постоянное электростатическое поле, напряженность которого постоянна (в течение указанного промежутка) равна  $E$  и направлена вдоль пружины.

При решении этой задачи вам следует использовать два приближения (и сравнить их между собой).

**Первое приближение:** пренебрегаем смещением частицы за время действия поля  $\tau$

**Второе приближение:** учитываем смещение частицы, но пренебрегаем изменением ее ускорения, т.е. считаем, что она движется с постоянным ускорением, равным ускорению в начальный момент времени.

2.1 Используя **первое приближение**, найдите приближенное значение скорости частицы сразу после выключения поля  $\tilde{v}_0$ .

2.2 Используя теорему об изменении импульса (1), найдите значение скорости частицы сразу после выключения поля  $v_0$  **во втором приближении**.

2.3 Разность между найденными значениями служит оценкой погрешности первого приближения. Найдите (в виде формулы) относительную погрешность значения скорости  $\tilde{v}_0$ :

$$\varepsilon_v = \frac{v_0 - \tilde{v}_0}{\tilde{v}_0}. \quad (4)$$

2.4 Получите формулу для значения скорости  $v_0$  с помощью теоремы о кинетической энергии (2) во **втором приближении**.

2.5 Упростите формулу, полученную в п. 2.4, используя приближенную формулу (3). Сравните ее с формулой, полученной на основе теоремы об изменении импульса (п. 2.2). Совпадают ли они?

2.6 Какая из формул (п. 2.2 или п. 2.4) является правильной?

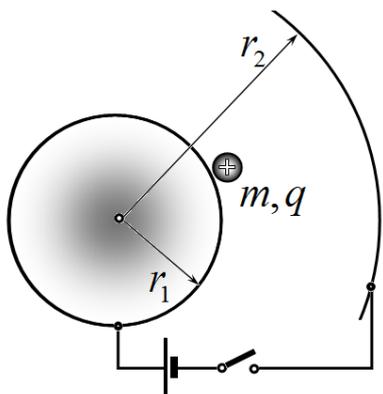
2.7 Найдите максимальное смещение частицы  $\tilde{X}$  в процессе движения в **первом приближении**.

2.8 Найдите относительную погрешность найденного смещения, используя **второе приближение**.

Еще одна математическая подсказка:

Если ускорение тела изменяется от времени по закону  $a = bt^2$ , то зависимость скорости от времени имеет вид  $v = \frac{bt^3}{3}$ , при этом зависимость координаты от времени  $x = \frac{bt^4}{12}$ .

Предполагается, что начальная скорость и начальная координаты равны нулю.



### Часть 3. Кулоновская сила.

Частицу поместили между обкладками сферического конденсатора. Конденсатор образован двумя концентрическими проводящими сферами, радиусы которых равны  $r_1, r_2$ . Сначала частица касается внутренней сферы и находится в покое, затем на короткий промежуток времени  $\tau$  обкладки подключают к источнику постоянного напряжения  $U_0$ . При этом тело приходит в движение.

3.1 Чему равна напряженность поля у поверхности внутренней сферы  $E_0$ ?

3.2 Выразите напряженность поля в точке  $E(r)$ , находящейся между сферами на расстоянии  $r$  от их центра, через величину  $E_0$  и геометрические размеры конденсатора. В дальнейших пунктах ответы выражайте через значение  $E_0$ .

3.3 Найдите скорость частицы после выключения поля во втором приближении  $v_0$

3.4 Используя первое приближение, найдите время пролета частицы между обкладками конденсатора  $\tilde{T}$ . Во втором приближении время движения может быть представлено в виде

$T = \tilde{T} + \beta\tau^n$ , где  $\beta$  - некоторая константа. Чему равен порядок степени поправки  $n$ ?  
Доказывать приведенную формулу и определять коэффициент  $\beta$  не требуется.